

KONSTRUKCJA MODELU REGRESJI WIELORAKIEJ PRZY WYCENIE NIERUCHOMOŚCI

Agnieszka Bitner

Akademia Rolnicza w Krakowie

Streszczenie. W artykule dyskutowane są wybrane problemy związane z zastosowaniem metody regresji wielorakiej w wycenie nieruchomości. Są nimi postać funkcyjna modelu, liczba atrybutów uwzględnionych w modelu, trend rynku, skala wartości atrybutów, wagi cech i kwestia weryfikacji modelu. Omówiony został test bazujący na sumie kwadratów reszt, który dostarcza obiektywnego kryterium adekwatności modelu wyceny. Zaletą tego testu jest przede wszystkim jego prostota oraz mało restrykcyjne założenia. Przedstawione zostały argumenty przemawiające za wyłączeniem daty transakcji z listy cech nieruchomości oraz powody, dla których model powinien zawierać wyraz wolny, a skale atrybutów powinny zaczynać się od zera.

Słowa kluczowe: wycena nieruchomości, model, regresja wieloraka, test statystyczny, wagi atrybutów, trend rynku

WSTĘP

Na rozwiniętych rynkach nieruchomości metody statystyczne, w tym przede wszystkim metody regresji wielorakiej stanowią dobrze rozpoznane i często stosowane narzędzie wyceny [Bruce 1977, Dilmore 1997, Pace 1998, Eckert 1990]. Pierwsza praca, w której wartość nieruchomości była estymowana za pomocą regresji wielorakiej powstała już na początku ubiegłego wieku [Haas 1922]. Zastosowanie komputerów umożliwiło nie tylko przechowywanie dużych baz danych, łatwy i szybki dostęp do nich, ale również usprawniło sam proces wyceny. Duże możliwości stwarza także wykorzystanie pręźnie rozwijającego się systemu GIS (*Geographic Information System*), umożliwiającego na przykład szybką przestrzenną identyfikację nieruchomości. Połączenie informacji o nieruchomościach z systemem GIS znacznie ułatwiło pracę rzeczoznawców majątkowych.

Obecnie w środowisku polskich rzeczoznawców majątkowych nie ma już wątpliwości dotyczących konieczności zastosowania metod statystycznych w wycenie [Mączyńska

i in. 2007, Hozer i in. 2002, Prystupa i Rygiel 2003, Żróbek i Belej 2000]. Umożliwiają one zobiektywizowanie, usprawnienie oraz obniżenie kosztów wyceny. Ze względu na konieczność posiadania dużej liczby danych transakcyjnych, metody statystyczne najbardziej nadają się do wyceny nieruchomości typowych [Cellmer 1999, Określenie wartości... 2002] oraz do masowej wyceny nieruchomości [Adamczewski 2005, Telega i in. 2002, Sawiłow 2004, Mark i Goldberg 1988].

Dobrze skonstruowany model statystyczny jest kompromisem między dwoma skrajnościami: nadmiernym uproszczeniem, a nadmiernym nagromadzeniem szczegółów. Dokonując wyboru postaci funkcyjnej modelu, powinno się zatem koncentrować na najprostszych formułach matematycznych [Rao 2003, Aczel 2000]. W przypadku wyceny wartości nieruchomości na podstawie zbioru nieruchomości reprezentatywnych najbardziej odpowiednimi wydają się modele liniowe. Zmienną objaśnianą w modelu jest wartość wycenianej nieruchomości, atrybuty są zmiennymi objaśniającymi. Stosowanie modeli liniowych w wycenie jest uzasadnione z dwóch powodów: 1) jest to najprostszy sposób określenia wpływu atrybutów na cenę i najbardziej właściwy w sytuacji kiedy nie jest znana funkcyjna postać tej zależności; 2) niemal wszystkie funkcje dają się w pewnym zakresie linearyzować.

Celem artykułu jest zasygnalizowanie kluczowych problemów związanych ze stosowaniem metod liniowej regresji wielorakiej w wycenie nieruchomości. Problemy te dotyczą: postaci funkcyjnej modelu, liczby atrybutów uwzględnionych w modelu, trendu rynku, skali wartości atrybutów, wag cech i sposobów weryfikacji modelu.

MODEL REGRESJI WIELORAKIEJ W WYCENIE

Wyraz wolny

Dokonując konstrukcji modelu, zakładamy, że jednostkowe ceny nieruchomości w bazie, $C^{(1)}, \dots, C^{(n)}$, są liniową funkcją atrybutów X_1, \dots, X_m , na badanym rynku lokalnym. Model wartości nieruchomości powinien opisywać poprawki względem średniej ceny nieruchomości na rynku (\bar{C}). Nawet teoretycznie model powinien wykluczyć sytuację, kiedy wartość wycenianej nieruchomości nie jest dodatnia. Powyższe warunki możemy spełnić odpowiednio definiując skalę atrybutów oraz wprowadzając do modelu wyraz wolny a_0 . Skala każdego atrybutu powinna zaczynać się od zera. Postać funkcyjna tego modelu jest wtedy następująca: $W = a_0 + a_1 X_1 + \dots + a_m X_m$; a_i – współczynniki wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów, W – wartość 1 m² nieruchomości wycenianej. Wyraz wolny ma tutaj prostą interpretację jako wartość 1 m² hipotetycznej „najgorszej” nieruchomości. Wówczas wartość nieruchomości $W = a_0$. Każda, nawet najgorsza, nieruchomość ma wartość, dlatego a_0 powinna być dodatnia. W przeciwnym wypadku model jest błędny i nie spełnia przyjętych założeń. W tej sytuacji należy jeszcze raz zweryfikować bazę nieruchomości reprezentatywnych, sprawdzić czy w modelu uwzględniliśmy wszystkie istotne atrybuty.

Liczba zmiennych objaśniających (atrybutów) w modelu

Ważną częścią konstrukcji modelu wyceny jest ustalenie liczby atrybutów jakie należy uwzględnić. Jedną ze wskazówek, którą możemy kierować się przy ustalaniu liczby atrybutów daje nam psychologia. Wyniki badań psychologicznych wykazały, że człowiek nie potrafi podejmować decyzji na podstawie więcej niż około siedmiu kryteriów [Tomaszewski 1975]. Podobnie nie potrafi właściwie wartościować cech według ich ważności w liczbie przekraczającej siedem pozycji. Zatem, zgodnie z tą wskazówką, liczba atrybutów nie powinna przekraczać kilku. Oznacza to, że niezbędna jest selekcja (redukcja) atrybutów [Eckert 1990, Renigier 2004]. Dokonując redukcji zbioru wstępnie wytypowanych zmiennych objaśniających, należy przestrzegać zasady, iż w modelu powinny się znaleźć zmienne silnie skorelowane ze zmienną objaśnianą (atrybuty mające istotny wpływ na wartość nieruchomości) i jednocześnie bardzo słabo skorelowane między sobą. Skorelowane zmienne objaśniające pozbawiają się nawzajem mocy wyjaśniającej.

Jeśli przyjmiemy zbyt wiele atrybutów X_i (np. kilkanaście), wtedy na pewno niektóre z nich będą, w zbiorze wyników obserwacji, ze sobą skorelowane. Eliminując jedną ze zmiennych skorelowanych z modelu, znacznie go poprawimy, tracąc przy tym niewiele informacji o zmiennej objaśnianej. Jeśli zmienne są skorelowane to część informacji, którą o zmiennej objaśnianej niesie jedna z tych zmiennych, jest też zawarta w drugiej. Idealną sytuacją byłoby, gdyby atrybuty nie były ze sobą skorelowane (brak współliniowości). Każda cecha cenotwórcza przekazywałaby wtedy swoją część informacji o wartości wycenianej nieruchomości – informacji, której nie przekazywałaby żadna inna cecha. Podstawową miarą współliniowości dwóch atrybutów jest współczynnik korelacji. Trudno podać ścisłą regułę opisującą jak silna musi być korelacja, by ujemnie wpływała na przeprowadzaną analizę. W literaturze można spotkać różne wartości współczynnika korelacji uprawniające do eliminacji jednej ze zmiennych skorelowanych. Jest nią na przykład wartość bliska 0,9. Oczywiście, zmienna mająca słabszy wpływ na zmienną objaśnianą powinna zostać usunięta z modelu. W tym celu możemy posłużyć się współczynnikiem determinacji R^2 . Obliczamy R^2 dla równania bazowego bez zmiennych skorelowanych, a następnie dwóch równań regresji z kolejno pierwszą i drugą zmienną skorelowaną, dodaną do równania bazowego. W modelu pozostawiamy tą zmienną, dla której otrzymamy większy wzrost wartości R^2 . Jeśli z modelu nie wyeliminujemy zmiennych współliniowych to znaki i wartości otrzymanych współczynników mogą bardzo różnić się od oczekiwanych.

Istnieje kilka metod doboru zmiennych objaśniających. Do najpowszechniej stosowanych należy regresja krokowa bazująca na częściowym teście F . Na każdym etapie, usunięcia czy dołączenia zmiennej X_p , dokonuje się rewizji oceny istotności każdej zmiennej za pomocą częściowego testu F . Częściowy test F służy do oceny względnej istotności części modelu, czyli istotności pewnego podzbioru k spośród m wszystkich zmiennych. Względna istotność oznacza istotność k zmiennych, przy założeniu, że $m - k$ zmiennych pozostaje w modelu. Sprawdzeniem tego testu jest częściowa statystyka F . Kiedy sprawdzamy hipotezę względnej istotności jednej zmiennej X_i spośród wielu zmiennych włączonych do modelu, to częściowy test F istotności pojedynczej zmiennej można traktować jako test t .

Redukcji liczby zmiennych możemy dokonać przez grupowanie cech. Dobrym przykładem jest „uzbrojenie techniczne”. Obejmuje ono cztery atrybuty: wodę (W), kanalizację (K), gaz (G), energię elektryczną (E). Wpływ tych czterech cech na cenę moglibyśmy badać wprowadzając do modelu aż cztery zmienne. Nie są to jednak cechy niezależne (jeśli nieruchomość posiada kanalizację to ma wodę). Lepszym rozwiązaniem jest połączenie W, K, G, E w jeden atrybut z wagami wyznaczonymi na podstawie kosztów doprowadzenia mediów danego typu.

Trend rynku

Trend to wielkość, której wpływ na cenę jesteśmy w stanie wyznaczyć niezależnie od pozostałych atrybutów. Należy to uczynić z następujących powodów: 1. „Stan rynku” (trend) jest szczególnym atrybutem, zaliczanym w literaturze [Eckert 1990] do *nonproperty characteristics* w odróżnieniu od takich atrybutów, jak na przykład lokalizacja czy pole powierzchni, zaliczanych do *property characteristics*. Trend jest zatem właściwością rynku a nie cechą nieruchomości. Z tego powodu w analizie powinny być używane sprowadzone ceny transakcyjne. 2. Trend wzrostu cen wyznaczony niezależnie jest znacznie dokładniejszy niż w przypadku, gdy traktuje się go jako jedną ze zmiennych w modelu regresji. Do wyznaczenia trendu rynku możemy bowiem wykorzystać wszystkie transakcje rynkowe dotyczące nieruchomości danego typu na rynku lokalnym. 3. Dzięki wyznaczeniu trendu niezależnie model wyceny zostanie odciążony, ponieważ zmniejszona zostanie liczba zmiennych.

Do poprawnego wyznaczenia trendu trzeba dysponować odpowiednio dużą bazą nieruchomości reprezentatywnych tworzoną w dłuższym okresie czasu (minimum pół roku). Najbardziej właściwy do sprowadzenia cen „na jedną datę” jest wskaźnik wyznaczony metodą regresji liniowej na podstawie bazy cen transakcyjnych [Bitner 2002, Bitner 2003].

Skala wartości atrybutów oraz wyznaczenie wag cech

Atrybuty nieruchomości mogą przyjmować wartości ciągłe lub dyskretne. Na skalach dyskretnych wartościuje się cechy o charakterze jakościowym lub dychotomicznym. Obie skale można zawsze przekształcić na skalę ciągłą z przedziału $[0, 1]$. W przypadku skali ciągłej można to osiągnąć poprzez wydzielenie wartości cechy przez rozsądnie ustaloną wartość maksymalną. Dla skali dyskretnej – dzieląc wartość atrybutu przez maksymalną wartość cechy.

Wprowadzenie ciągłej skali znormalizowanej $[0, 1]$ jest wskazane z następujących powodów: 1) współczynniki, a_1, \dots, a_m , opisują wtedy kwotową zmianę wartości nieruchomości odpowiadającą przyrostowi wartości zmiennej X_i , 2) możliwe jest określenie wartości „najgorszej” nieruchomości, dla której każda ze zmiennych przyjmuje wartość zero, 3) przeskalowanie wartości zmiennych X_i nie ma wpływu na wartość współczynnika a_0 , a jedynie na wartości współczynników kierunkowych.

Współczynniki a_1, \dots, a_m nie są wagami cech w rozumieniu standardu zawodowego III.7, ponieważ ich suma nie musi równać się jedności oraz ich wartości mogą być ujemne. Wagi cech możemy w prosty sposób wyznaczyć ze współczynników a_i za pomocą następujących

wzorów: $w_i = |a_i|/\sum|a_i|$, $i = 1, \dots, m$. Wagi w_i opisują względny wpływ atrybutów na cenę. Współczynnik a_0 określa jak silnie wartość nieruchomości zależy od przyjętych w modelu atrybutów. Jeśli wartość a_0 jest znacznie większa od wartości bezwzględnych pozostałych współczynników oznacza to, że przyjęte atrybuty nieruchomości w niewielkim stopniu wpływają na jej wartość.

Weryfikacja modelu

Podstawową miarą dopasowania modelu jest współczynnik determinacji R^2 . Dobrze dopasowany model charakteryzuje się wartością R^2 bliską jedności. Oceniając jakość modelu, można również porównać R^2 z tą samą wartością obliczoną dla alternatywnego modelu opisanego inną funkcją. Jeśli ta wartość jest większa to można oczekiwać, że model alternatywny lepiej opisuje dane. Wartość R^2 wzrasta wraz z liczbą parametrów. Z tego powodu zwiększenie liczby parametrów nie jest dobrą metodą ulepszania modelu. Może się okazać, że otrzymany w ten sposób model – bardzo dobrze pasujący do danych – daje całkowicie błędne prognozy. Z tego powodu stosuje się drugą miarę dopasowania modelu. Jest nią skorygowany współczynnik determinacji (R_s^2).

Innymi miarami dopasowania modelu, bazującymi na analizie reszt, są średni błąd kwadratowy, średni względny błąd estymacji (tzw. adekwatność modelu) lub suma kwadratów błędów analizy regresyjnej $SSE = \sum (C_i - W_i)^2$. Podobnie jak wymienione wcześniej miary, SSE pozwala jedynie porównać dopasowanie różnych modeli. W ogólnym przypadku, gdy nic nie wiadomo o rozkładzie cen C_i , suma SSE nie może służyć jako kryterium oceny jakości dopasowania modelu. W przypadku kiedy parametry modelu wyznaczone zostały metodą najmniejszych kwadratów a wartości C_i mają rozkład normalny SSE ma interpretację statystyczną. Mianowicie, jest ona wtedy statystyką χ^2 wylusowaną z rozkładu χ^2 z $n-m-1$ (liczba danych minus liczba atrybutów) stopniami swobody [Nowak 2002]. Oznacza to, że wartość SSE może posłużyć do zweryfikowania hipotezy, czy analizowana postać funkcyjna zależności zmiennych jest słuszna. W tym celu należy obliczyć prawdopodobieństwo P uzyskania przez zmienną losową o rozkładzie χ^2 o zadanej liczbie stopni swobody wartości większej lub równej SSE . Można przyjąć, że dobre dopasowanie odpowiada prawdopodobieństwu przynajmniej 90%.

Należy w tym miejscu podkreślić, że do stosowania opisanego testu jakości dopasowania wystarczy jedynie założenie o liniowym związku między parametrami modelu a zmienną objaśnianą oraz założenie normalności rozkładu wartości C_i . Pierwsze założenie nie ogranicza stosowania testu wyłącznie do modeli liniowych, dla których jest ono spełnione automatycznie. Założenie to może być również słuszne w przypadku modeli nieliniowych zawierających np. człony wielomianowe. W przypadku dużej bazy cen nieruchomości reprezentatywnych należy również spodziewać się, że rozkład jest normalny. Oznacza to, że SSE może być podstawą testu jakości dopasowania dla wielu modeli stosowanych w wycenie nieruchomości.

W zdecydowanej większości publikacji do weryfikacji modelu stosuje się testy F i t dla współczynników modelu. Test F weryfikuje hipotezę, że pomiędzy zmienną objaśnianą W a zmiennymi objaśniającymi X_i zachodzi liniowa zależność. Test t sprawdza istotność poszczególnych współczynników kierunkowych równania regresji. W celu przepro-

wadzenia tych testów konieczne jest sprawdzenie założenia, że błędy (reszty) mają rozkład normalny [McCloskey 1996, Rao 1995]. Należy podkreślić, że testy F i t dotyczą jedynie zależności między atrybutami a wartością, nie mówią nic o samej jakości dopasowania.

Stosując do modelu wyceny test F , w praktyce otrzymamy zawsze wynik negatywny, ponieważ co najmniej jeden z przyjętych atrybutów będzie w liniowej zależności z wartością. Przeprowadzenie testów t jest konieczne w przypadku uwzględnienia w modelu kilkunastu atrybutów. Istnieje wtedy niebezpieczeństwo, że w modelu zostały uwzględnione cechy nieistotne, których wpływ na wartość nieruchomości jest marginalny. Test t może być zatem pomocny przy redukcji liczby zmiennych X_i .

Przy stosowaniu metod statystycznych należy dysponować odpowiednio dużą bazą danych. Przyjmuje się [Wang 2002], że jako bezwzględne minimum w przypadku stosowania modelu regresji w wycenie należy przyjąć co najmniej 10 danych, na każdy estymowany współczynnik regresji. Gdyby liczba obserwacji przypadająca na jeden współczynnik była bliska 30 – byłaby to idealna sytuacja.

Przykład weryfikacji modelu

Do analizy wykorzystam dane stanowiące podstawę wyceny nieruchomości metodą analizy statystycznej rynku, zamieszczonej w pracy pod red. S. Żróbek [2002]. Baza zawiera 32 dane transakcyjne, w wycenie uwzględniono 5 atrybutów, przyjęto liniowy model regresji wielorakiej wartości nieruchomości. Dla powyższych danych otrzymano następujące wyniki: $R^2 = 0,876$, $R_s^2 = 0,852$ – otrzymane wartości świadczą o dobrym dopasowaniu modelu. Na poziomie istotności 0,05 testy F oraz t dały wynik negatywny, wskazując na liniową zależność między przyjętymi atrybutami a wartością nieruchomości oraz na to, że każdy atrybut jest statystycznie istotny.

W celu weryfikacji słuszności przyjętej postaci funkcyjnej zależności zmiennych posłużę się testem χ^2 . Założenia tego testu w przypadku rozpatrywanych danych są spełnione. Dla 26 stopni swobody i poziomu istotności 0,05 wartość krytyczna $\chi^2 = 38,89$. Obliczona wartość SSE wynosi 815,64. Stąd hipotezę o słuszności przyjętej postaci funkcyjnej zależności zmiennych należy odrzucić. Przyczyną jest zapewne stosunkowo niewielka liczebność użytej bazy danych. Liczba danych transakcyjnych w przypadku uwzględnienia w modelu 5 atrybutów powinna bowiem wynosić co najmniej 60.

Na podstawie powyższego przykładu widać, że omawiany test χ^2 stawia bardzo wysokie wymagania modelowi wyceny. Chodzi zarówno o bazę danych (jej liczebność i dobór nieruchomości reprezentatywnych), jak i o postać funkcyjną modelu wyceny. Być może test χ^2 należy stosować jako warunek do zaakceptowania modelu w przypadku wyceny masowej nieruchomości dla potrzeb powszechnej taksacji. W przypadku wyceny pojedynczej nieruchomości wystarczy – tak jak w omawianym przykładzie – wysoka wartość współczynników determinacji oraz fakt, że spełnione są testy F i t , a dokładność szacowania, policzona na podstawie błędu standardowego estymacji, nie przekracza 10%.

PODSUMOWANIE

Model wyceny nieruchomości może zostać użyty w masowej wycenie, jeżeli istnieją obiektywne kryteria oceny jego jakości. Najczęściej stosowane metody weryfikacji oparte są na analizie reszt i wykorzystują jako mierniki dopasowania takie wielkości, jak: współczynnik determinacji, skorygowany współczynnik determinacji, średni błąd kwadratowy lub średni względny błąd estymacji (adekwatność modelu). Wspomniane metody nie dostarczają jednak potrzebnego kryterium oceny jakości modelu, lecz pozwalają jedynie porównywać między sobą różne modele. Podobnie testy F i t sprawdzają jedynie zależność między atrybutami a ceną nieruchomości, nie dostarczają natomiast informacji o jakości dopasowania modelu. W niniejszej pracy zaproponowany został test bazujący na sumie kwadratów reszt, który dostarcza obiektywnego kryterium adekwatności modelu wyceny. Zaletą tego testu jest przede wszystkim jego prostota oraz mało restrykcyjne założenia, co sprawia, że może on służyć do oceny jakości dopasowania wielu modeli stosowanych w wycenie nieruchomości.

W niniejszej pracy przedstawiłam argumenty przemawiające za wyłączeniem daty transakcji z listy cech nieruchomości. Trend jest bowiem właściwością rynku a nie cechą nieruchomości. Z tego powodu w analizie powinny być używane sprowadzone ceny transakcyjne. Trend wzrostu cen wyznaczony niezależnie jest znacznie dokładniejszy niż w przypadku, gdy traktuje się go jako jedną ze zmiennych w modelu regresji. Dodatkowo dzięki wyłączeniu dat transakcji model wyceny zostanie odciążony, ponieważ zmniejszona zostanie liczba jego parametrów.

W pracy przedyskutowany został również problem uwzględnienia wyrazu wolnego w modelu oraz wyboru skal wartości atrybutów. Przedstawiłam powody, dla których model powinien zawierać wyraz wolny, a skale atrybutów powinny zaczynać się od zera. Najważniejszym z nich jest fakt, że każda nieruchomość ma wartość a model wyceny - nawet teoretycznie - powinien wykluczyć sytuację, kiedy wartość nieruchomości nie jest dodatnia. Wyraz wolny ma prostą interpretację jako wartość 1 m² hipotetycznej „najgorszej” nieruchomości.

PIŚMIENNICTWO

- Adamczewski Z., 2005. Problemy identyfikacji obiektów i algorytmów powszechnej taksacji nieruchomości w Polsce. *Przegląd Geodezyjny* 12.
- Aczel A.D., 2000. *Statystyka w zarządzaniu*. PWN Warszawa.
- Bitner A., 2002. Czy analiza powtórnego sprzedawcy jest efektywną techniką wyznaczania współczynnika wzrostu cen? *Rzeczoznawca Majątkowy* 1.
- Bitner A., 2003. Wskaźniki wzrostu cen nieruchomości gruntowych dla dużych rynków lokalnych. *Materiały III Konferencji Naukowo-Technicznej PSRWN*. Gdańsk.
- Bruce R.W., Sundell D.J., 1977. Multiple regression analysis: history and applications in the appraisal profession. *Real Estate Appraiser*, Jan/Feb, 37–44.
- Cellmer R., 1999. Propozycja procedury wyceny nieruchomości metodą analizy statystycznej rynku. *Wycena* 6 (47).
- Dilmore G., 1997. Appraising with Regression Analysis. *Appraisal Journal*, October.

- Eckert J.K. (ed.), 1990. Property Appraisal and Assessment Administration. International Association of Assessing Officers Chicago.
- Haas G.C., 1922. Sales Prices as a Basic for Farm Land Appraisal. Technical Bulletin 9, Agricultural Experimental Station, The University of Minnesota, St. Paul.
- Hozer J., Kokot S., Kuźmiński W., 2002. Metody analizy statystycznej rynku w wycenie nieruchomości. PFSRM Warszawa.
- Mark J., Goldberg M. A., 1988. Multiple regression analysis and mass assessment. A review of the issues. *Appraisal Journal* 56, 89–109.
- Mączyńska E., Prystupa M., Rygiel K., 2007. Ile warta jest nieruchomość? Poltext Warszawa.
- McCloskey D.N., Ziliak S.T., 1996. The standard error of regressions. *Journal of Economic Literature* 34, 97–114.
- Nowak R., 2002. Statystyka dla fizyków, PWN Warszawa.
- Określanie wartości rynkowej nieruchomości. 2002. Red. S. Żróbek. Wydawnictwo UWM Olsztyn.
- Pace R.K., 1998. Appraisal using generalized additive models. *Journal of Real Estate Research* 15, 1/2, 77–99.
- Prystupa M., Rygiel K., 2003. Nieruchomości. Definicje, funkcje i zasady wyceny. Elipsa Warszawa.
- Rao C.R., 1995. Toutenburg H.: Linear Models. Springer-Verlag New York.
- Renigier M., 2004. Selekcja zmiennych *a priori* przy nieklasycznych założeniach. *Acta Sci. Pol. Administratio Locorum* 3(2), 71–81.
- Sawiłow E., 2004. Ocena stabilności wartości katastralnych w modelu powszechnej taksacji nieruchomości. *Acta Sci. Pol. Administratio Locorum* 3(2), 83–93.
- Standard III.7, 2003. PFSRM Warszawa.
- Telega T., Bojar Z., Adamczewski Z., 2002. Wytyczne przeprowadzania powszechnej taksacji nieruchomości (projekt). *Przegląd Geodezyjny* 6.
- Tomaszewski T. (red.), 1975. Psychologia. Wyd. 5. PWN Warszawa.
- Wang K., Wolverson M.L., 2002. Real estate valuation theory. Kluwer Academic Publishers Boston.
- Żróbek S., Belej M., 2000. Podejście porównawcze w szacowaniu nieruchomości. Educaterra Olsztyn.

CONSTRUCTION OF THE MULTIPLE REGRESSION MODEL IN REAL ESTATE VALUATION

Abstract. This paper discusses selected issues related to the use of the multiple linear regression in the real estate valuation. They are the functional form of the model, number of the attributes, trend, scale of the values of the attributes, the form of adjustments, and the issue of the verification of the model. The test based on the sum of the squared error, which allows the assessment of the quality of model is presented. The main advantage of this test is its simplicity and non-restrictive conditions imposed on the data. Arguments that the dates of sales should be excluded from the list of real estate attributes are brought forward. Also, the paper argues that the regression model should contain an intercept parameter and the scale of the values of the attributes should start from zero.

Key words: real estate valuation, model, multiple regression, statistical test, weight of attributes, trend

Zaakceptowano do druku – Accepted for print: 14.09.2007